

Übungsaufgaben – Gebrochenrationale Funktionen

1. Bestimmen Sie die erste Ableitung.

$$f(x) = \frac{x+3}{x}$$

$$g(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

$$h(x) = \frac{2}{x^2-1}$$

$$i(x) = \frac{3-x^2}{x^2+x}$$

2. Bestimmen Sie die Definitionslücken und geben Sie die Art der Definitionslücken an.

$$f(x) = \frac{x+2}{6x-12}$$

$$g(x) = \frac{x-2}{6x-12}$$

$$h(x) = \frac{x+2}{2x^3-3x^2}$$

$$i(x) = \frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)(x-2)(x+3)(x+3)}$$

3. Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = 4 - \frac{4}{x^2}$.

- Untersuchen Sie die Funktion f auf Nullstellen, Symmetrie sowie Asymptoten.
- An den Graph der Funktion f soll im Punkt P eine Tangente mit dem Anstieg $m = 1$ gelegt werden. Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes P .

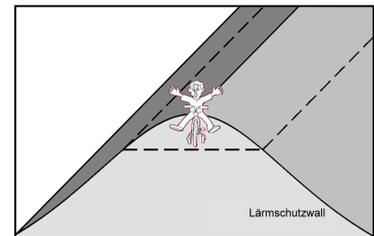
4. Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} - 1$.

Führen Sie eine Kurvendiskussion durch (Symmetrie, Schnittpunkte mit den Achsen, lokale Extrema, Wendepunkte).

5. Auf einem ebenen Gelände befindet sich ein geradliniger, 500m langer Lärmschutzwall. Das Profil seines Querschnitts wird beschrieben durch die Funktion f mit

$$f(x) = \frac{120}{x^2+20} - 2 \text{ und } f(x) \geq 0$$

Alle Angaben in Meter.



- Zeigen Sie rechnerisch, dass der Wall einen symmetrischen Querschnitt besitzt.
- Bestimmen Sie die Höhe und die Breite des Walls.
- Auf dem Wall sollen Pflanzen wachsen, deshalb soll das maximale Gefälle des Walls nicht größer als 100% sein. Prüfen Sie, ob dies hier der Fall ist.
- Der Wall soll auf einer Höhe von 3m abgetragen werden, um darauf einen Weg anlegen zu können. Ermitteln Sie, welche Breite dann dieser Weg hat.

einige Lösungen:

$$1. \quad f'(x) = \frac{-3}{x^2}; \quad g'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}; \quad h'(x) = \frac{-4x}{(x^2-1)^2}; \quad i'(x) = \frac{-x^2-6x-3}{(x^2+x)^2}$$

2. Der Graph von f hat bei $x = 2$ eine Polstelle mit Vorzeichenwechsel.

Der Graph von g hat bei $x = 2$ eine hebbare Lücke.

Der Graph von h hat bei $x = 0$ eine Polstelle ohne und bei $x = 1,5$ eine Polstelle mit Vorzeichenwechsel.

Der Graph von i hat bei $x = 1$ eine hebbare Lücke, bei $x = 2$ eine Polstelle mit sowie bei $x = -3$ eine Polstelle ohne Vorzeichenwechsel.

3. f hat Nullstellen bei $x_1 = -1$ und $x_2 = 1$. f ist achsensymmetrisch. $x = 0$ ist senkrechte und $y = 4$ ist waagerechte Asymptote. $P(2|3)$.

4. Der Graph von f ist nicht symmetrisch, er schneidet nicht die y -Achse. $S_{x,1}(-0,618|0)$; $S_{x,2}(1,618|0)$; $T(-2|-1,25)$; $W(-3|-1,222)$

5. Der Wall ist 4m hoch und 12,65m breit.

Das maximale Gefälle beträgt bei diesem Hang rund 87%, die Pflanzen können wachsen.

Der Weg hat eine Breite von 4m.

